TH 1: Punkt – Strich – Klammerrechnen

Vier wichtige Aussagen

1. Unter Punktrechnung versteht man: _____

2. Unter Strichrechnung versteht man: _____

3. Bei Punkt und Strichrechnung gilt grundsätzlich:

   _____

   _____

4. Die KLAMMER-REGEL besagt:

   _____

   _____

• Beispiel A zur PUNKT-VOR-STRICH-REGEL:

mit Punkt-vor-Strich-Regel rechnen:

$25 - 10 : 5 + 7 + 2 \cdot 4 =$

von links nach rechts ohne Regel rechnen:

$25 - 10 : 5 + 7 + 2 \cdot 4 =$

• Beispiel B zur KLAMMER-REGEL:

mit Klammer-Regel rechnen:

$(12 + 8) : 4 + (20 - 3 \cdot 5) + 3 =$

von links nach rechts ohne Regeln rechnen:

$(12 + 8) : 4 + (20 - 3 \cdot 5) + 3 =$

Mathematische Fachwörter – „wie spricht man mathematisch“?

		1. Zahl		2. Zahl		Ergebnis
A)	ADDITION	_____	+	_____	=	_____
B)	SUBTRAKTION	_____	–	_____	=	_____
C)	MULTIPLIKATION	_____	•	_____	=	_____
D)	DIVISION	_____	:	_____	=	_____

TH 2: Bruchrechnen

Begriffe

... zu einem Bruch gehören zwei Zahlen. Sie heissen:

$\frac{3}{5}$ $\longrightarrow$ _____

$\longrightarrow$ _____

→ Der Bruchstrich bedeutet mathematisch nichts anderes als: _____

... es gibt 3 Bruch-Arten:

Echter Bruch	Unechter Bruch	Gemischte Zahl

Mit Brüchen rechnen

... was heisst: erweitern, kürzen und gleichnamig machen

erweitern heisst, Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplizieren.	**kürzen** heisst, Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividieren.	**gleichnamig machen** heisst, für zwei oder mehrere Brüche den gleichen Nenner herstellen.
mit 3 **mit 12** $\frac{2}{7}$ = $\frac{2}{3}$ =	**mit 2** **mit 7** $\frac{18}{22}$ = $\frac{21}{28}$ =	$\frac{1}{2}$ **und** $\frac{2}{3}$

... was ist der Kehrwert:

Um den Kehrwert eines Bruches zu bilden, muss man ganz einfach Zähler und Nenner vertauschen.	***Beispiel:*** $\frac{5}{8}$ → **Kehrwert =**

+ Addition: Brüche werden addiert, indem man sie gleichnamig macht und dann die Zähler addiert.	$2\frac{1}{5}+1\frac{1}{4}+2\frac{3}{10}=$

– Subtraktion: Brüche werden subtrahiert, indem man sie gleichnamig macht und dann die Zähler subtrahiert.	$5\frac{7}{8}-1\frac{1}{6}-1\frac{8}{12}=$

• Multiplikation: Brüche werden miteinander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert. **Vor dem Multiplizieren kürzen!**	$3\frac{12}{32}\cdot\frac{24}{12}\cdot 9\cdot\frac{1}{36}=$

: *Division:* Brüche werden dividiert, indem man den ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruches multipliziert.	$4\frac{4}{5}:2\frac{6}{15}=$

TH 3: Direkter und Indirekter Dreisatz

DIREKTER DREISATZ:

Herr Mösli hat diesen Monat insgesamt 5 Stunden und 20 Minuten telefoniert und dafür 144 Franken bezahlt. Wie viel hätte er bezahlt, wenn er 2 Stunden weniger telefoniert hätte?

wir wissen: .....

wir suchen: .....

SCHEMA DD:

Merksätze:

1) .....

.....

.....

2) .....

.....

.....

Antwortsatz: .....

.....

INDIREKTER DREISATZ:

Wenn Frau Kunz von Zürich nach Bern mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 80 km/h fährt, benötigt sie 1h und 18 Minuten für die Strecke. Wie schnell müsste sie fahren, wenn sie die Strecke in genau einer Stunde zurücklegen will?

wir wissen: .....

wir suchen: .....

SCHEMA ID:

Merksätze:

1) .....

.....

.....

2) .....

.....

.....

Antwortsatz: .....

.....

TH 4: Verhältnisse - Proportionalität

Verhältnis:

Unter dem **Verhältnis** zweier **gleichartiger Grössen** versteht man ihren **Quotienten**. Der Quotient ihrer Zahlenwerte heisst **Wert des Verhältnisses.**

$$\frac{a}{b} = w$$

Proportionalität:

Sind zwei veränderliche Grössen x und y einander so zugeordnet, dass

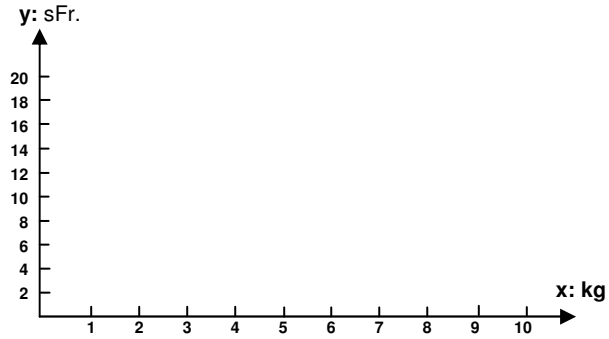
$$\frac{y}{x} = k$$

ist, dann sind x und y **proportional** zueinander.

Es gilt dann: **y = k • x** Die Konstante **k** heisst **Proportionalitätsfaktor**.

Musterbeispiel: „Wir kaufen Äpfel in der Migros“

x: Gewicht [kg]	y: Preis [sFr.]
1	2.00
2	
3	
5	
10	



Proportionalitätsfaktor: k =

Merksätze:

Je grösser die eine Grösse, desto _____

Wenn man die eine Grösse verdoppelt, so _____

Wenn man die eine Grösse verachtfacht, so _____

Umgekehrte Proportionalität:

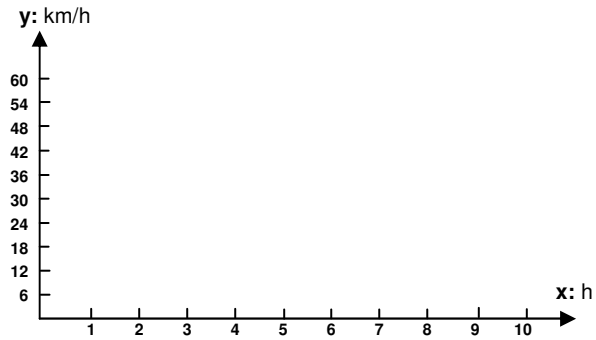
Sind zwei veränderliche Grössen x und y einander so zugeordnet, dass

$$x \cdot y = k$$

ist, dann sind x und y **umgekehrt proportional** zueinander.

Musterbeispiel: „Velofahren schnell und langsam“

x: Zeitdauer [h]	y: Geschwindigkeit [km/h]
1	60
2	
3	
5	
10	



Produkt aus x und y: k =

Merksätze:

Je grösser die eine Grösse, desto _____

Wenn man die eine Grösse verdoppelt, so _____

Wenn man die eine Grösse verachtfacht, so _____

TH 5: Mehrschichtige Dreisätze – Vielsätze

A) Dreisätze mit 3 Grössen → Vielsätze

24 Maulesel transportieren 12 kg Apfelkisten in 4 Stunden und 30 Minuten. Wie lange benötigen 40 Maulesel um 36 kg Apfelkisten über dieselbe Strecke zu tragen?

Grösse 1	Grösse 2	gesuchte Grösse

B) Dreisätze mit 3 Grössen und Anteilsangaben → Vielsätze

48 Bauarbeiter bauen 3 Achtel einer Strasse in 16 Arbeitsstunden. Wie viele Stunden benötigen 20 Bauarbeiter um die Strasse fertig zu bauen?

Grösse 1	Grösse 2	gesuchte Grösse

C) Dreisätze mit 2 Grössen und Situations-Veränderungen

24 Maler würden ein Gebäude in 72 Tagen streichen. Nach 18 Tagen Streicharbeiten werden aber 8 Arbeiter anderswo beschäftigt.
a) Wie lange dauert nun die gesamte Arbeit?
b) Um wie viele Tage verlängert sich die gesamte Arbeitszeit?

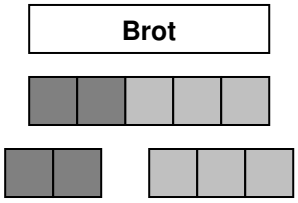
Grösse 1	gesuchte Grösse	*Veränderung*

TH 6: Verhältnisse und Verteilungen

Begriffe

Verhältnis: Ein Verhältnis ist nichts anderes als eine Anteilsangabe. Man gibt Verhältnisse als Bruch oder als Division an. Das ist zum Beispiel ein Verhältnis: $\frac{2}{3} = 2:3$.

Wenn man ein Brot im Verhältnis 2 zu 3 aufteilen muss, heisst das, dass jemand 2 Teile und jemand 3 Teile dieses Brotes erhält.
Insgesamt teilt man also das Brot in 5 Teile.



im Verhältnis 2:3, es gibt also 5 Teile

man teilt also das Brot in 5 gleich grosse Teile

schliesslich bekommt jemand 2 Teile und jemand 3 Teile

Man kann Verhältnisse auch kürzen: das Verhältnis **10:30** ist gleich **1:3**.
Kürze folgende Verhältnisse:

20:60 = _____ 30:120 = _____ 24:28 = _____

40:80:140 = _____ 28:56:70 = _____ 36:45:72 = _____

Proportion: Proportion ist das Fremdwort für das deutsche Wort Verhältnis.

Verteilung: Wenn man eine Verteilung angeben soll, muss man die einzelnen Anteile des Ganzen berechnen und bestimmen, wie viel die Beteiligten erhalten.

Beispielsaufgabe: Die Eltern teilen Fr. 960.- unter ihren drei Kindern im Verhältnis ihres Alters auf. Anna ist 15, Boris ist 12 und Cris ist 9. Wie viel erhalten die drei Kinder je?

Teile Fr. 960.- im Verhältnis ***A : B : C = : : = : :*** *auf.* ***→ Lösung in 5 Schritte***

1. Verhältnis bestimmen: _____ _____ _____

2. Anzahl Teile bestimmen: _____ + _____ + _____ = [ ] **Total Teile**

3. Aufzuteilende Grösse: [ ]

4. Einen Teil bestimmen: [ ] **:** [ ] **Total Teile** **=** ( )

5. Anteile ausrechnen:

A = _____ → _____ • ( ) = [ ]

B = _____ → _____ • ( ) = [ ]

C = _____ → _____ • ( ) = [ ]

Total : _____ → _____ • ( ) = [ ]

TH 7: Mischungen und Mittelwerte

Berechnung des Mittelwerts oder des Durchschnitts einer Mischung

Beispielsaufgabe
3 kg einer Kaffeesorte A zu Fr. 8.50 pro kg werden mit 3,5 kg einer teureren Sorte B à Fr. 11.50 pro kg und mit 4 kg einer preiswerteren Sorte C zu Fr. 7.50 pro kg gemischt.
Wie teuer ist ein halbes Kilo der Mischung?

Sorten	Menge kg		Preis pro kg Fr./kg		Preis der Gesamtmenge Fr.
A		•		=	
B		•		=	
C		•		=	
Total Menge					Total Preis

Dreisatz:

gegeben

Total Menge	

gesucht

	Total Preis

_____

Antwort:

Berechnung der Anteile oder des Verhältnisses einer Mischung

Beispielsaufgabe
Zwei Sorten Kaffee sollen so gemischt werden, dass ein Mischpreis von 16.80 Fr./kg entsteht. Die Sorte A kostet 19.20 Fr./kg, die Sorte B kostet 15.30 Fr./kg.
Wie viele kg der Sorte B sind beizumischen, wenn 7,25 kg der Sorte A verwendet werden?

Sorte	Preisverhältnis Fr.	Mischpreis Fr.	Differenz Preisverhältnis zu Mischpreis	Verhältnis erweitert	Verhältnis gekürzt
A					
B					

Schlussrechnung / Dreisatz
Von der Sorte A weiss man, dass _____kg verwendet werden.
Das sind _____ Teile.
Wie viel sind _____ Teile?

_____ _____

_____ _____

Antwort
Von der Sorte B werden ____ Teile verwendet und das sind _____ Kilogramm.

TH 8: Gleichungen

A) Gleichungen ohne Bruchterme

Vorgehen beim Lösen von Gleichungen in $\mathbb{Z}$

$$5x - 3 = 3(x + 1)$$

Phase 1:

Termvereinfachungen

.....

.....

Phase 2:

Isolieren der Lösungsvariablen durch Umformungen

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B) Gleichungen mit Bruchtermen

Vorgehen beim Lösen von Gleichungen in $\mathbb{Q}$

$$\frac{4-x}{3} - \frac{x+2}{4} = x - \frac{5}{6}\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

Phase 1a:

Termvereinfachungen

.....

Multiplikation mit Hauptnenner = HN

.....

Phase 1b:

Termvereinfachungen

.....

.....

Phase 2:

Isolieren der Lösungsvariablen durch Umformungen

.....

.....

.....

.....

.....

TH 9: Gleichungssysteme

Die rechnerische Bestimmung der Lösung eines Gleichungssystems mit 2 Variablen kann mit Hilfe sogenannter Eliminationsverfahren geschehen. Es gibt drei verschiedene Verfahren, die je nach Situation sinnvoll angewandt werden können. Sie heissen:

1. Additions- bzw. Subtraktionsmethode **2. Gleichsetzungsmethode** **3. Einsetzungsmethode**

Anhand des Gleichungssystems $\left| \begin{array}{l} 15x + 2y = 126 \\ 3x - 4y = 12 \end{array} \right|$ sollen diese drei Methoden vorgestellt werden.

1. Die Additionsmethode (bzw. Subtraktionsmethode)

I.	15x + 2y = 126	
II.	3x – 4y = 12	• 5
I.	15x + 2y = 126	
II.	15x – 20y = 60	
	22y = 66	: 22
	<u>y = 3</u>	

Die Gleichung **II.** wird mit 5 erweitert, um bei x die Beizahl 15 zu erzeugen. Anschliessend wird die Gleichung **II.** von der Gleichung **I.** subtrahiert. Eine der beiden Variablen wird somit eliminiert. (Manchmal muss man beide Gleichungen erweitern, um die gleiche Beizahl zu erzeugen!)

Für die Bestimmung von x kann der gefundene Wert von y in eine der Gleichungen eingesetzt werden.

I. 15x + 2 • 3 = 126
15x = 120
<u>x = 8</u> **L = { (8 / 3) }**

2. Die Gleichsetzungsmethode

I.	15x + 2y = 126	–15x
II.	3x – 4y = 12	–3x,
I.	2y = 126 – 15x	: 2
II.	– 4y = 12 – 3x	: –4
I.	$y = 63 - \frac{15}{2}x$	
II.	$y = -3 + \frac{3}{4}x$	
I. = II. :	$63 - \frac{15}{2}x = -3 + \frac{3}{4}x$	
	$-\frac{15}{2}x - \frac{3}{4}x = -3 - 63$	
	$-\frac{33}{4}x = -66$	
	<u>x = 8</u>	

Beide Gleichungen werden nach ein und derselben Variablen aufgelöst.

Die rechten Seiten der Gleichungen **I.** und **II.** werden jetzt gleichgesetzt, da beide gleich gross wie y sind!

Die neue Gleichung enthält nur noch eine Variable.

Bestimmung von y durch Einsetzen von x in Gleichung **I.:**

I. 15 • 8 + 2•y = 126
2y = 6
<u>y = 3</u> **L = { (8 / 3) }**

3. Die Einsetzungsmethode

I.	15x + 2y = 126	–15x, : 2
II.	3x – 4y = 12	
I.	$y = 63 - \frac{15}{2}x$	
I. in II. eingesetzt → neue II.:		
	$3x - 4\left(63 - \frac{15}{2}x\right) = 12$	
	3x – 252 + 30x = 12	+ 252
	33x = 264	: 33
	<u>x = 8</u>	

Man löst z.B. die Gleichung **I.** nach z.B. y auf und setzt den gefundenen Wert in die Gleichung **II.** ein.

Die **neue** Gleichung **II.** hat nur noch eine Variable und kann mit Umformungen aufgelöst werden.

y kann wie oben ermittelt werden → **<u>y = 3</u>**

L = { (8 / 3) }

TH 10: Prozentrechnen 1 - Einführung

Prozentrechnen im Alltag

Jeden Tag sehen wir in Geschäfthäusern oder in Werbebroschüren Prozentangaben.

Das Wort „Prozent“ heisst auf Deutsch:

_____

Abgekürzt wird es durch das Zeichen: _____

Zum Beispiel bedeutet 5% also:

_____

Damit meint man 5 Hundertstel von einem

_____

Das „Ganze“ kann dabei irgendwas sein. Zum Beispiel:

- _____
- _____
- _____
- _____

Bei der Prozentrechnung werden also aus dem Ganzen hundert Teile gebildet. Darum können wir sagen:

Beispiel: Ein Auto kostet neu Fr. 24'000.-. Berechne 1% und 20% davon.

Hier ist das Ganze: _____

_____ _____

_____ _____

_____ _____

Graphische Beispiele:

1) Wie viel % der Flächen sind dunkel markiert? Kreuze an!

a)
O 20%
O 90%
O 60%

b)
O 90%
O 70%
O 40%

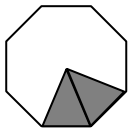
c)
O 80%
O 20%
O 40%

d)
O 0 %
O 50%
O 100%

2) Wie viel % der Flächen sind gefärbt? Schreibe deine Schätzung hin!

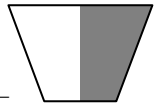
a) _____

b) _____



c) _____

d) _____



TH 11: Prozentrechnen 2

Vier Grössen:

100 %	

Einstiegsaufgabe:

Berechne 55% von 720.- Fr.

Berechnung des Prozentwertes:

Vermindere 1200 Fr um 27%.

_____ _____

_____ _____

Erhöhe 240.- Fr. um 35 %.

_____ _____

_____ _____

Berechnung des Grundwertes:

18% = 450 kg, 100% = ?

_____ _____

_____ _____

70% von x = 3500, x = ?

_____ _____

_____ _____

Berechnung des Prozentsatzes:

GW = 480 km, PW = 204 km

_____ _____

_____ _____

x % von 3600 kg = 2412 kg

_____ _____

_____ _____

Abschlussaufgabe:

Ein Pullover kostete vor zwei Wochen 145.- Fr. Heute ist er um 28% günstiger. Wie viel kostet er?

TH 12: Prozenrechnen 3

Formeln:

Hauptformel: $\frac{GW}{PW} = \frac{100}{p}$

Prozentwert: **PW** =

Grundwert: **GW** =

Prozentsatz: **p** =

Begriffe:

Rabatt: _____

_____

Skonto: _____

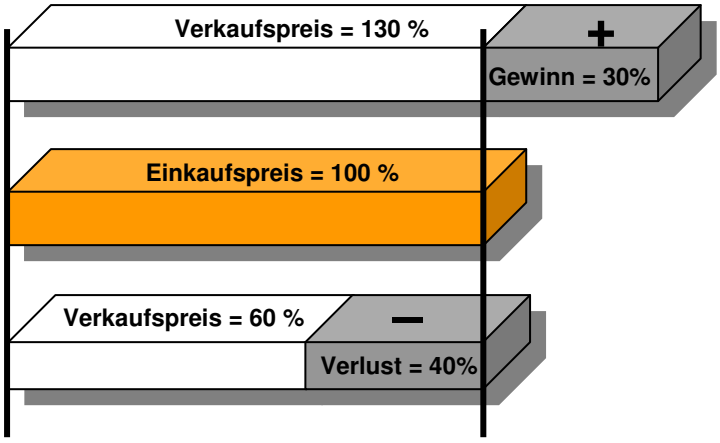
_____

Beispiel: Ein Auto kostet 24'900.- Fr. Der Händler gewährt 10% Rabatt. Bei einer Bezahlung innert 30 Tagen bekommt der Kunde sogar noch 2% Skonto. Wie viel zahlt der Kunde?

Brutto – Netto – Tara: (Bruttogewicht, Nettogewicht, Tara)

	=		+	
_____	=	_____	+	_____
_____	=	_____	+	_____

Gewinn und Verlust:



Verkaufspreis minus Einkaufspreis ist *positiv* →

_____

Verkaufspreis minus Einkaufspreis ist *negativ* →

_____

TH 13: Zinsrechnen 1

Begriffe

Beim Prozentrechnen haben wir gelernt, dass 4 Grössen für die Berechnungen wichtig sind. Es waren:

1. Grundwert **2. Prozentwert** **3. 100%** **4. Prozentsatz**

Das Zinsrechnen ist sehr ähnlich und es gibt dafür entsprechende Grössen:

1. _____ 2. _____ 3. _____ 4. _____

Zinsen sind nichts anderes als die Leihgebühr für das Geld. Eine entscheidende Rolle nimmt dabei die Leihdauer (Zeitdauer, Laufzeit) ein. Es kann sich dabei um Tage, Monate oder Jahre handeln. Ist in Aufgaben keine Zeitangabe angegeben, handelt es sich immer um **ein Jahr (Jahreszins)**. Sucht man die Zinsen für eine bestimmte nicht jahrgenaue Zeitdauer, so spricht man vom **_____.**

WICHTIG: Um Schwierigkeiten mit 28-, 30- oder 31-Tage-Monaten oder mit Schaltjahren zu vermeiden rechnen die Banken mit folgenden Angaben:

***** Jeder Bankmonat hat _____ Tage.***

***** Jedes Bankjahr hat _____ Tage.***

***** Der letzte Kalendertag ist immer der _____.***

Die Verrechnungssteuer ist ... _____

_____

_____

Bruttozins = _____

Nettozins = _____

Beispiels-Aufgaben

1) Der „wievielte“ Tag im Jahr ist der 17. Juni?

2) Welcher Tag im Jahr ist der 283. Tag des Jahres?

3) Zinstageberechnungen: Wie viele Zinstage hat es zwischen dem 28.3.1980 und dem 29.4.1996?

4) Thomas hat Fr. 2450.- auf seinem Jugendsparheft. Der Zinssatz liegt bei 4,5%. Berechne den Bruttojahreszins und den Nettojahreszins.

5) Katja hat ein Kapital von 11'600 Fr. auf einem Bankkonto mit Zinssatz 3,5%. Berechne den Marchzins für die Zeit vom 13.März bis 9. Oktober.

Die Hauptformel

Wie lautet die Hauptformel der Zinsrechnung, bei der die Grössen K, p, t, 100 und 360 vorkommen und mit welcher man den Marchzins berechnen kann?

$Z_B =$

Die Eselsbrücke:

_____

_____

_____

TH 14: Zinsrechnen 2

Von der Hauptformel zu den anderen Formeln

Durch Umformen der Hauptformel findet man leicht die Formeln für Kapital **K**, Zinssatz **p** und Zeit **t**.

$Z_B =$	$K =$
$p =$	$t =$

Die Zinseszinsformel

Einführungsaufgabe:
Martin hat 2400 Franken auf dem Konto mit 5% Zinssatz. Wie sieht sein Saldo nach:

a) einem Jahr

b) nach 2 Jahren

c) nach 3 Jahren

Zinseszinsformel:

wobei;

k_0 = Anfangskapital (im Jahr 0)
k_n = Kapital nach n Jahren
p = Zinssatz in %
n = Anzahl Jahre

d) nach 10 Jahren aus

Beispielsaufgaben:

1) Herr Meier hat ein Kapital von 32'000.- Franken. Der Zinssatz seines Bankkontos beträgt 3,25% für die ersten 5 Jahre und 3,75% danach. Welches Kapital hat Herr Meier nach 14 Jahren, wenn er keine Rückzüge tätigt? Runde das Resultat erst am Schluss auf den Franken genau.

2) Frau Elmiger hat ein Kapital von 17'800 Franken, nachdem sie ihr ganzes Geld 7 Jahre lang auf dem Sparkonto mit 2,5% Zinssatz gelassen hat. Wie gross war ihr Anfangskapital vor 7 Jahren?
Runde das Resultat sinnvoll.

TH 15: Potenzen und Wurzeln

Beispiel: $b^e \sim 4^3$

e nennt man: _____

b nennt man: _____

wichtig:

$b^0 =$

Vier Merkregeln für das Potenzieren:

1. $4^3 \cdot 4^5 = 4^{3+5} = 4^8 = 65'536 =$ _____

Bei der Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis wird die gemeinsame Basis mit der Summe der Exponenten potenziert. **Allgemein:** $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2. $5^7 : 5^4 = 5^{7-4} = 5^3 = 125 =$ _____

Bei der Division von Potenzen mit gleicher Basis wird die gemeinsame Basis mit der Differenz der Exponenten potenziert. **Allgemein:** $a^n : a^m = a^{n-m}$

3.

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$a^2 \cdot b^2 = (a \cdot b)^2$	$2^4 \cdot 3^4 =$ _____

Bei einer Multiplikation von Potenzen mit gleichen Exponenten kann das Produkt der Basen mit dem gemeinsamen Exponenten potenziert werden.

4.

$a^n : b^n = (a : b)^n$	$a^2 : b^2 = (a : b)^2$	$6^4 : 2^4 =$ _____

Bei einer Division von Potenzen mit gleichen Exponenten kann der Quotient der Basen mit dem gemeinsamen Exponenten potenziert werden

Binomische Formeln

$(a + b)^2$	$a^2 + b^2$	$a^2 – 2ab + b^2$
$(a + b)(a – b)$	$(a – b)^2$	$(a – b)(a – b)$
$a^2 + 2ab + b^2$	$(a + b)(a + b)$	$a^2 – b^2$

Welche Terme sind gleichwertig? Schreibe sie hier unten auf mit drei verschiedenen Farben auf.

1) _____

2) _____

3) _____